

## Limitaciones de los Errores Relativos en los Pronósticos, una Nueva Propuesta para cuantificar los Errores Porcentuales en Predicciones

### *Autores:*

Prof. Msc. Antonio J. Boada  
Universidad Simón Bolívar, Sede Litoral,  
Departamento Formación General y Ciencias Básicas  
[antonioboada@usb.ve](mailto:antonioboada@usb.ve)

Lic. Anthony Millán  
Universidad Metropolitana, Departamento de Psicología  
[amillan@divusconsulting.com](mailto:amillan@divusconsulting.com)

### RESUMEN

Dicho trabajo, demuestra la ausencia de simetría en los indicadores relativos porcentuales actuales utilizados en los pronósticos, lo que origina una falta de equidad al momento de evaluar una gestión, generando una limitación estadística de la formulación cuando la variable aleatoria presenta un dominio limitado en los reales positivos. Se realizan demostraciones estadísticas, en donde los errores relativos presentan inconvenientes de simetría, y se evidencia la limitación matemática cuando existen especificaciones de variables aleatorias con disparidad de tiempo entre “t” y “t+1”. Este artículo presenta una extensión del artículo denominado: Limitaciones de los Errores Absolutos en los Pronósticos, publicado en las Memorias Arbitradas del I Congreso Peruano de Investigación de Operaciones y de Sistemas (COPIOS, 2009). Finalmente, se efectúa una propuesta del Nuevo Error Relativo Porcentual (NERP) (Ecuación 42), el cual corrige esta inestabilidad en la simetría y regresa la equidad y robustez al indicador de gestión para evaluar los pronósticos. El tipo de estudio manejado en este artículo corresponde a un estudio científico demostrativo de verificación empírica, utilizando la comprobación de los hechos para formular respuestas estadístico matemáticas del problema planteado.

**Palabras claves:** Control, Predicciones, Errores, KPI's, Estadística, Indicadores de Gestión

### ABSTRACT

This paper, mentioned work demonstrates the absence of symmetry in the relative percentage current indicators used in the forecasts, which originates a lack of equity to the moment to evaluate a management, generating a statistical limitation of the formulation when the random variable presents a domain limited in the royal positives. Statistical demonstrations are realized, where the relative errors present disadvantages of symmetry, and the mathematical limitation is demonstrated when there exist specifications of random variables with disparity of time between “t” y “t+1”. This article presents an extension of the article called: Limitations of the Absolute Mistakes in the Forecasts, published in the Memories Arbitrated of the Peruvian I Forum of Investigation of Operations and of Systems (COPIOS, 2009). Finally, there is effected a New Percentage Relative error (NERP) (Equation 42), who corrects this instability in the symmetry and returns the equity and hardiness to the indicator of management to evaluate the forecasts. The study handled in this article corresponds to a scientific demonstrative study of empirical check,

used the checking of the facts to formulate answers statistically mathematics of the raised problem.

**Keywords:** Predictions, Forecast Error, KPI's, Statistics, Indicators of Management

## Introducción

Conceptualizando la definición de pronóstico, tenemos que ocurre cada vez que emitimos un enunciado sobre lo que es probable que ocurra en el futuro (desconocido), basándose en análisis y en consideraciones de juicio; en este sentido, las técnicas de pronósticos permiten disminuir la incertidumbre sobre el futuro, estructurar planes y acciones congruentes con los objetivos de la organización y adicionalmente, tomar acciones correctivas apropiadas y a tiempo cuando ocurren situaciones fuera de lo pronosticado.

Los pronósticos son procesos críticos y continuos, necesarios para obtener óptimos resultados durante cualquier planificación. (R. B. Chase 2005)

Los pronósticos, se han convertido en elementos claves para cualquier compañía de productos o servicios, porque a través de ellos, es posible estimar las necesidades de planta y producción, así como, determinar los costos y la inversión a efectuar, de acuerdo a una rentabilidad esperada. (J. H. Wilson 2007).

Sin embargo, es necesario fundamentar y tener conciencia que las predicciones, se efectúan bajo determinados supuestos internos y externos, que no necesariamente se cumplen a cabalidad, generando efectivamente discrepancias entre lo previsto y la realidad. Según Chase y Jacobs, en su texto Administración de la Producción y Operaciones (R. B. Chase, 2005):

“... en el mundo de los negocios existen muchos factores que no podemos prever con certeza. Por lo tanto, es mucho más importante que, en lugar de pretender un pronóstico perfecto, impongamos la práctica de revisar constantemente los estimados y aprendamos a vivir con ellos...” (Pag. 521) (R. B. Chase, 2005)

“... debemos tratar de encontrar y emplear el método más conveniente para que los pronósticos sean de lo más razonable que se pueda”. (Pag 522) (R. B. Chase, 2005)

En este sentido, los pronósticos de venta son indicadores de realidades económico-empresariales (básicamente la situación de la industria en el mercado y la participación de la empresa en ese mercado). La intención de medir la precisión de los pronósticos – un valor relativamente objetivo

- tiene una doble finalidad: la precisión de los pronósticos influye en diversos costos operativos y en la satisfacción del cliente.

El error de aproximación o error numérico, es una medida del ajuste de la medida o cálculo de una magnitud con respecto al valor real o teórico que dicha magnitud tiene (Wilson, 2007). *Un aspecto importante de los errores de aproximación es su supuesta estabilidad numérica*, la cual se observa principalmente en el Error Relativo, como la diferencia y cociente simple entre Valor Observado y Valor Esperado.

Para el caso de los pronósticos, el “Valor Esperado” se estima o se predice con antelación, con la finalidad de lograr una perspectiva de la realidad con cierta anticipación; luego, una vez que el evento sucede, o el tiempo llega, ocurre el “Valor Observado”, el cual evidencia la realidad del suceso y no necesariamente deberá ser igual o similar al “Valor Esperado”. Es justamente en este momento, que los “Errores” hacen su aparición, como indicador de precisión entre ambos valores.

### **Medición del error en el pronóstico (Error Porcentual)**

Entenderemos por “Error” de medición, la diferencia existente entre el valor obtenido al medir una variable con relación a su valor observado y su valor esperado. (Webster, 2000)

En este sentido, resulta necesario medir la diferencia existente y generalmente presente entre las estimaciones y los valores reales que ocurren posteriormente (usualmente desconocidos hasta su momento) y conceptualizados bajo la definición de “Error”. (Lind, 2005)

Entre los tipos de Errores más utilizados en el método científico tenemos:

- Los Errores Absolutos, los cuales manejan la diferencia entre el valor de la medida y el valor tomado como exacto. Puede ser positivo o negativo, según si la medida es superior al valor real o inferior (la resta sale positiva o negativa). Tiene unidades, las mismas que las de la medida.
- Los Errores Relativos Porcentuales, los cuales reflejan el cociente (la división) entre el error absoluto y el valor exacto. Si se multiplica por 100 se obtiene el tanto por ciento (%) de error. Al igual que el error absoluto puede ser positivo o negativo (según lo sea el error absoluto) porque puede ser por exceso o por defecto. No maneja unidades.

En este sentido, el Error Relativo Porcentual, a nivel de predicciones presenta dos (2) connotaciones, las cuales dependerán del nivel comparativo del indicador (Variable Comparativa):  
a.- Diferencia Relativa Porcentual del Valor Observado (Real) en función al Valor Esperado (Pronóstico): Esta concepción es utilizada por las áreas responsables de predicción, donde su

intención radica en evaluar el resultado del Valor Observado (Real) en función al pronóstico realizado previamente (Valor Esperado); su representación matemática es la siguiente:

$$\text{Error Relativo Porcentual Tipo 1} = EPRT_1 = \frac{\text{Valor Observado} - \text{Valor Esperado}}{\text{Valor Esperado}} 100\% \quad (01)$$

b.- Diferencia Relativa Porcentual del Valor Esperado (Pronóstico) en función al Valor Observado (Real): Dicha concepción es utilizada por las áreas responsables de compras y control, donde su intención radica en evaluar el resultado del Valor Estimado (Un Pronóstico) en función al valor real (data dura) determinado por el Valor Observado; su representación matemática es la siguiente:

$$\text{Error Porcentual Relativo Tipo 2} = EPRT_2 = \frac{\text{Valor Observado} - \text{Valor Esperado}}{\text{Valor Observado}} 100\% \quad (02)$$

Analizando efectivamente las fórmulas, podemos observar que sus unidades están definidas en porcentajes, para ello veamos el siguiente ejemplo:

#### **Ejemplo A: (Pronósticos de Venta en \$).**

En este caso, tomando como variables: “Ventas en \$”, es lógico pensar que el Error Relativo Porcentual es representando en porcentaje (%).

Las interpretaciones pueden fluctuar según el tipo de indicador:

- a.- El “Error Relativo Porcentual Tipo 1”, indica el porcentaje de fluctuación del valor observado (Venta Real en \$), en función al valor esperado (Venta Estimada en \$).
- b.- El “Error Relativo Porcentual Tipo 2”, indica el porcentaje de fluctuación del valor esperado (Venta Estimada en \$), en función al valor observado (Venta Real en \$).

Así mismo, el signo que posee el error relativo porcentual presenta un significado importante:

- Si el Error Relativo Porcentual en ambos, es positivo indica que el valor observado o real, es superior al valor esperado o pronóstico, lo que indicaría un resultado superior al previsto o planificado. A nivel de “Ventas en \$”, la compañía obtuvo mayores ventas que las esperadas.

- Mientras, si el Error Relativo Porcentual en ambos, es negativo indica que el valor real fue inferior a la predicción, y por ende no se lograron los resultados previstos. A nivel de “Ventas en \$”, la compañía no logró las ventas esperadas.

Ambas interpretaciones son válidas en ambas connotaciones del Error Relativo Porcentual. Sin embargo, dichas interpretaciones y cálculos pueden presentar variantes a nivel forma de medición cuando el Dominio de la Variable de Entrada posea limitaciones (Error Relativo Porcentual Tipo I y Tipo II). Para ello, debemos focalizar el siguiente ejemplo:

**Ejemplo B**

Tomemos la variable: “Unidades Vendidas por semana del producto XXX”. Esta variable presenta limitaciones en el Dominio, ya que las Unidades Vendidas por semana del producto XXX nunca poseerán resultados negativos.

Para la Gerencia de Proyecciones de Ventas, digamos que el valor proyectado para el producto XXX, es de 5.000 unidades vendidas por semana (Valor Esperado).

Recordemos que cuando proyectamos en el tiempo, no tenemos conocimiento del Valor Observado, o lo que sería la Venta Real del producto XXX por semana; este resultado se obtiene en un tiempo posterior a la estimación (t + 1).

Ahora bien, una vez se conoce el valor observado (venta real del producto XXX por semana), podemos tener diversas consecuencias:

Tabla 1.

Resultados del Valor Observado (Venta Real)	Tipo de Error Relativo Porcentual	Resultado del Error Relativo Porcentual	Consecuencias
Valor Observado: 9.500 unidades vendidas por semana	Error Relativo Tipo 1	$ERT_1 = \frac{9.500 - 5.000}{5.000}$ $ERT_1 = +90\%$	El producto sobre – vendió 4.500 unidades por semana, esto representa una sobreventa del 90% sobre el valor pronosticado, lo que indica alta posibilidad de agotar y comprometer el servicio de la compañía
			El producto igualmente

	Error Relativo Tipo 2	$ERT_1 = \frac{9.500 - 5.000}{9.500}$ $ERT_1 = +47,4\%$	sobre – vendió 4.500 unidades por semana, esto significa que el pronóstico representó 47,4% en defecto, según la Venta Real registrada, lo que indica alta posibilidad de agotar y comprometer el servicio de la compañía
Valor Observado: 500 unidades vendidas por semana	Error Relativo Tipo 1	$ERT_1 = \frac{500 - 5.000}{5.000}$ $ERT_1 = -90\%$	El producto bajo – vendió (signo negativo) 4.500 unidades por semana, esto representa una bajo venta del 90% sobre el valor pronosticado, lo que indica exceso de inventario para dicho concepto.
	Error Relativo Tipo 2	$ERT_1 = \frac{500 - 5.000}{500}$ $ERT_1 = -900\%$	El producto igualmente bajo – vendió (signo negativo) 4.500 unidades por semana, esto significa que pronóstico representó un 900% en exceso según la Venta Real registrada, lo que indica exceso de inventario para dicho concepto.

Aparentemente, el error relativo tipo 1 se maneja de forma simétrica: si el valor observado es por exceso, generará el mismo impacto que si el valor observado es por defecto, únicamente con diferencia de signo. En este sentido el pronosticador podrá ser evaluado a través de un indicador de gestión sencillo, calculado a través del error relativo de sus proyecciones individuales por producto.

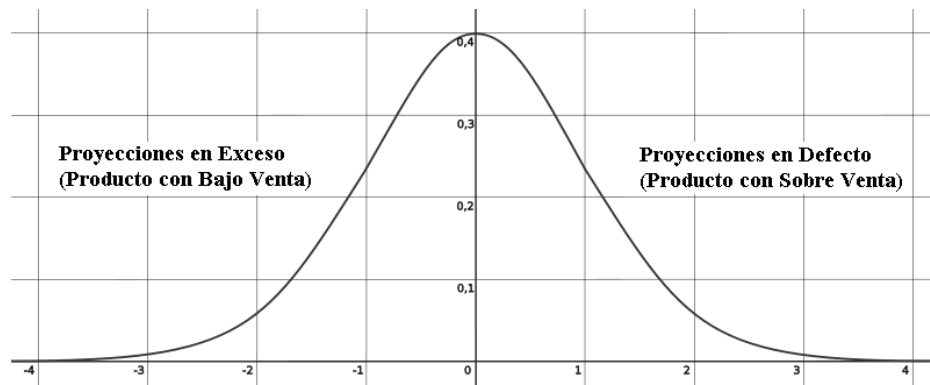


Figura. 1. Ejemplo simetría normal

Sin embargo, el error relativo tipo 2, presenta una asimetría nivel de valores tanto por exceso como por defecto, esto origina una incongruencia al momento de evaluar al pronosticador, generando la siguiente pregunta:

- a.- ¿De donde proviene la diferencia entre el error relativo tipo 1 y el error relativos tipo 2?
- b.- ¿Esta diferencia será consistente independientemente de los valores esperados y observados?

En este sentido, es posible establecer escenarios de cuando el error relativo tipo 1 maneja niveles de simetría, y cuando el error relativo tipo 2 obtiene matemáticamente niveles de simetría; situación que es técnicamente importante al momento de evaluar a un pronosticador:

### Importancia de la Simetría en los Errores

En teoría, para un pronosticador, estimar por exceso es igualmente importante que estimar por defecto, o también expresado desde el punto de vista de la venta podemos decir que es igualmente importante vender por encima del estimado (sobre venta) que por debajo del estimado (bajo venta).

El promedio de los errores, tomando en cuenta sus signos, se conoce como el prejuicio de la estimación, (o más general, del plan de muestreo). Las estimaciones que están desprovistas de prejuicio constituyen un aspecto muy deseado de un plan de muestreo. (Snedecor, 1962).

La definición de Errores, se fundamenta en la dispersión equilibrada que pueden tener los datos según un estadístico (estabilidad numérica), la cual se perfila y se evidencia mejor en la definición del Error Absoluto, en donde:

$$\text{Error Absoluto} = \text{Valor Observado} - \text{Valor Esperado} \quad (03)$$

Al momento de calcular los errores en cualquiera de sus definiciones estadísticas, se establece el supuesto tradicional de la formulación matemática: El dominio debe pertenecer al conjunto de los números reales. Sin embargo, a nivel de Pronósticos, ya sea de ventas, unidades, productos,

artículos, etc.; en estos casos, el dominio de las variables (Valor Observado y Esperado) pertenece a los Reales Positivos, trayendo consigo una discrepancia en la simetría matemática que debería prevalecer en la fórmula.

En consonancia con este aspecto, se publicó en las memorias arbitradas del Primer Congreso Peruano de Investigación de Operaciones y de Sistemas (COPIOS, 2009), un artículo referente a las Limitaciones de los Errores Absolutos en los Pronósticos, en donde se demuestra matemáticamente la ausencia de simetría en los Errores Absolutos, siempre que el dominio de la variable aleatoria presente limitaciones (como pertenecer a los Reales Positivos).

En este sentido, como extensión de la investigación procedemos a presentar una evaluación de escenarios para los dos (2) tipos de Error Relativo Porcentual, así como una demostración estadística, fundamentada en el comportamiento de las variables aleatorias, a fin de demostrar la ausencia de simetría en los errores relativos cada vez que el dominio de las variables (Valor Observado y Esperado) pertenezca a los Reales Positivos.

### Limitaciones del Error Relativo Porcentual Tipo 1.

En este sentido, las proyecciones son efectuadas bajo el total desconocimiento del Valor Observado (desconocido en el futuro).

Tomando el mismo **Ejemplo B** anterior, donde la variable de uso es “Unidades Vendidas por Semana”, las proyecciones estarán fundamentadas en técnicas estadísticas de estimación, pero la incertidumbre estará presente hasta la ejecución final, pudiendo llegar a resultados extremos.

Es por ello, que bajo estos escenarios de incertidumbre, es posible observar la ausencia de simetría en estos aspectos:

Tabla 2

Resultados del Valor Observado (Venta Real)	Resultado del Error Relativo Porcentual Tipo 1	Consecuencias
Valor Observado: 13.500 unidades vendidas por semana	$ERPT_1 = \frac{13.500 - 5.000}{5.000} 100\%$ $ERT_1 = 170\%$	El producto sobre – vendió 170% en función a la estimación realizada, lo que indica alta posibilidad de agotar y comprometer el servicio de la compañía



Valor Observado: $YYY$ unidades vendidas por semana	$ERPT_1 = \frac{YYY - 5.000}{5.000} 100\%$ $ERT_1 = - 170\%$	La única forma de que existiera simetría (Error = - 170%), es que el producto vendiera - 3.500 unidades por semana, situación que es imposible en el mundo de la estimación por productos.
---	--	--

En este punto, evidenciamos una de las primeras limitaciones de la fórmula de Error Relativo Porcentual Tipo 1: *El Error Relativo Porcentual Tipo 1 presenta ausencia de simetría, cuando los valores observados no pueden tomar expresiones negativas.*

En el caso de las proyecciones de ventas, unidades, productos, artículos, etc., es posible observar cómo esta ausencia de simetría es muy cotidiana, inclusive estableciendo el siguiente patrón de comportamiento: *El Error Relativo Porcentual Tipo 1 presenta simetría en valores proyectados, solamente cuando los valores observados No dupliquen cuantitativamente el valor pronosticado en la proyección.*

### **Demostración Estadística para el Error Relativo Porcentual Tipo 1**

Tomemos la definición del Error Relativo Porcentual Tipo 1, según la Ecuación 01, donde se describe una simple diferencia y cociente entre un Valor Observado (Valor Real, logrado en un tiempo Futuro “t+1”) y un Valor Esperado (Valor Pronosticado, logrado en un tiempo Actual “t”), todo esto en función del Valor Esperado.

En este punto, a nivel de negocio práctico de ventas, tomando en consideración variables como número de unidades, productos, artículos, divisas, etc.; el dominio de estas variables se encuentra usualmente dentro del conjunto de los números reales positivos (R+).

Tomando la posición laboral del personal que pronostica (pronosticador), podemos observar que su labor consiste en Analizar y Determinar el **Valor Esperado**, en el tiempo actual “t” el valor esperado (pronosticado), el cual podrá tener valores determinísticos (VE), analizados y expresados por el pronosticador según el historial de la variable (Reales positivos).

La intención del pronosticador, es evaluar posteriormente este pronóstico (determinístico), a la ejecución final del mercado en el tiempo “t+1” (Valor Observado) y observar su nivel de Error Relativo Porcentual. En este sentido, el Valor Observado, el cual se obtiene en el tiempo “t+1”, se

convierte en una Variable Aleatoria entre los tiempos “t” y “t+1”, que manejará valores entre [0, +inf].

Tabla 3

Nombre de la Variable	Tipo de Variable	Tiempo Ejecución	Dominio
Valor Esperado	Determinística	Actual. Tiempo “t”	VE
Valor Observado	Aleatoria	Futura. Tiempo “t+1”	Los Reales positivos

Luego, tomando en consideración que el Valor Esperado, es Determinado (VE), y el Valor Observado, es una Variable Aleatoria con un Dominio igual a los Reales positivos [0, +inf], es posible inferir que el Error Relativo Porcentual Tipo 1 No tendrá una debida simetría, ya que su dominio será:

$$\text{Dominio [Error Relativo Porcentual Tipo 1]} = \text{Dominio} \left[ \frac{\text{Valor Observado} - \text{Valor Esperado}}{\text{Valor Esperado}} 100\% \right] \quad (04)$$

Donde, el Valor Esperado es un valor determinístico VE, y el Valor Observado es una variable aleatoria cuyo dominio se encuentra entre [0, +inf] (Reales positivos)

$$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \text{Dominio}_{0 < VO < +inf} \left[ \frac{VO - VE}{VE} \cdot 100\% \right], \quad (05)$$

$$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \text{Dominio}_{0 < VO < +inf} \left[ \left( \frac{VO}{VE} - 1 \right) \cdot 100\% \right], \quad (06)$$

$$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \left\{ \lim_{VO \rightarrow 0} \left[ \left( \frac{VO}{VE} - 1 \right) \cdot 100\% \right]; \lim_{VO \rightarrow +inf} \left[ \left( \frac{VO}{VE} - 1 \right) \cdot 100\% \right] \right\}, \quad (07)$$

$$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \left\{ \left( \frac{0}{VE} - 1 \right) \cdot 100\%; \left( \frac{+inf}{VE} - 1 \right) \cdot 100\% \right\}, \quad (08)$$

$$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \{(0 - 1) \cdot 100\%; (+inf - 1) \cdot 100\%\}, \quad (09)$$

$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \{-100\%; +\text{inf}\%\}, \tag{10}$
---

El Dominio del ERPT<sub>1</sub> será [ - 100%], sí y solo si el Valor de la Variable Aleatoria (Valor Observado) sea igual a Cero (0); mientras que será [ + infinito] mientras el Valor de la Variable Aleatoria (Valor Observado) sea tienda a [ + infinito].

En este sentido, a nivel de estabilidad numérica, los errores por defecto, no presentan el mismo nivel de importancia que los errores por exceso (comportamiento asimétrico del cálculo numérico).

Sin embargo, es factible mantener los niveles de Simetría del Dominio del Error Relativo Porcentual Tipo 1, precisamente cuando el Valor Observado sea una variable aleatoria cuyo dominio se encuentre entre [0, +2VE] (Reales Positivos). Únicamente en este sentido, la demostración mantiene los niveles de simetría que pueden ser observados en la práctica.

$$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \text{Dominio}_{0 < VO < +2VE} \left[ \frac{VO - VE}{VE} \cdot 100\% \right], \tag{11}$$

$$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \text{Dominio}_{0 < VO < +2VE} \left[ \left( \frac{VO}{VE} - 1 \right) \cdot 100\% \right], \tag{12}$$

$$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \left\{ \lim_{VO \rightarrow 0} \left[ \left( \frac{VO}{VE} - 1 \right) \cdot 100\% \right]; \lim_{VO \rightarrow +2VE} \left[ \left( \frac{VO}{VE} - 1 \right) \cdot 100\% \right] \right\}, \tag{13}$$

$$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \left\{ \left( \frac{0}{VE} - 1 \right) \cdot 100\%; \left( \frac{+2VE}{VE} - 1 \right) \cdot 100\% \right\}, \tag{14}$$

$$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \{(0 - 1) \cdot 100\%; (+2 - 1) \cdot 100\%\}, \tag{15}$$

$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \{-100\%; +100\%\}, \tag{16}$
--

Finalmente, efectuando una limitación de la variable aleatoria “Valor Observado”, estableciendo como cota mínima el Valor Esperado, (Valor Observado ≤ Valor Esperado), tenemos que el Dominio del Error Relativo Porcentual Tipo 1 (ERPT<sub>1</sub>), presenta el siguiente dominio:

$$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \text{Dominio}_{0 < VO < +VE} \left[ \frac{VO - VE}{VE} \cdot 100\% \right], \quad (17)$$

$$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \text{Dominio}_{0 < VO < +VE} \left[ \left( \frac{VO}{VE} - 1 \right) \cdot 100\% \right], \quad (18)$$

$$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \left\{ \lim_{VO \rightarrow 0} \left[ \left( \frac{VO}{VE} - 1 \right) \cdot 100\% \right]; \lim_{VO \rightarrow +VE} \left[ \left( \frac{VO}{VE} - 1 \right) \cdot 100\% \right] \right\}, \quad (19)$$

$$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \left\{ \left( \frac{0}{VE} - 1 \right) \cdot 100\%; \left( \frac{+VE}{VE} - 1 \right) \cdot 100\% \right\}, \quad (20)$$

$$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \{(0 - 1) \cdot 100\%; (+1 - 1) \cdot 100\%\}, \quad (21)$$

$\text{Dominio [ERPT}_1] \in \{-100\%; +0\%\}, \quad (22)$
--

Delimitación del ERPT<sub>1</sub>, (Ecuación 22), utilizado para establecer una cota inferior de comportamiento relativo. Esta ecuación se utilizará como conclusión en la propuesta del Nuevo Error Relativo Porcentual (NERP), el cual corrige esta inestabilidad en la simetría, regresando la equidad y robustez al indicador de error para predicciones.

### Limitaciones del Error Relativo Porcentual Tipo 2.

En este sentido, las proyecciones son efectuadas bajo el total desconocimiento del Valor Observado (desconocido en el futuro).

Tomando el mismo **Ejemplo B** anterior, donde la variable de uso es “Unidades Vendidas por Semana”, las proyecciones estarán fundamentadas en técnicas estadísticas de estimación, pero la incertidumbre estará presente hasta la ejecución final, pudiendo llegar a resultados extremos.

Es por ello, que bajo estos escenarios de incertidumbre, es posible observar la ausencia de simetría en estos aspectos:

Tabla 4

<b>Resultados del Valor Observado (Venta Real)</b>	<b>Resultado del Error Relativo Porcentual Tipo 2</b>	<b>Consecuencias</b>
Valor Observado: 1.852 unidades vendidas por semana	$ERPT_2 = \frac{1.852 - 5.000}{1.852} 100\%$ $ERT_2 = - 170\%$	El producto bajo – vendió 170% en función a la estimación realizada, lo que indica alta posibilidad de tener excesos de inventario y comprometer el servicio de la compañía
Valor Observado: ZZZ unidades vendidas por semana	$ERPT_2 = \frac{ZZZ - 5.000}{ZZZ} 100\%$ $ERT_2 = + 170\%$	La única forma de que existiera simetría (Error = + 170%), es que el producto vendiera – 7.143 unidades por semana, situación que es imposible en el mundo de la estimación por productos.

En este punto, evidenciamos una de las primeras limitaciones de la fórmula de Error Relativo Porcentual Tipo 2: *El Error Relativo Porcentual Tipo 2 presenta ausencia de simetría, cuando los valores observados no pueden tomar expresiones negativas.*

En el caso de las proyecciones de ventas, unidades, productos, artículos, etc. Es posible observar cómo esta ausencia de simetría es muy cotidiana, inclusive estableciendo el siguiente patrón de comportamiento: *El Error Relativo Porcentual Tipo 2 presenta simetría en valores proyectados, solamente cuando los valores observados No sean la mitad cuantitativa del valor pronosticado en la proyección.*

### **Demostración Estadística para el Error Relativo Porcentual Tipo 2**

Tomemos la definición del Error Relativo Porcentual Tipo 2, según la Ecuación 02, donde se describe una simple diferencia y cociente entre un Valor Observado (Valor Real, logrado en un tiempo Futuro “t+1”) y un Valor Esperado (Valor Pronosticado, logrado en un tiempo Actual “t”), todo esto en función del Valor Esperado.

En este punto, a nivel de negocio práctico de ventas, tomando en consideración variables como número de unidades, productos, artículos, divisas, etc.; el dominio de estas variables se encuentra usualmente dentro del conjunto de los números reales positivos (R+).

Tomando la posición laboral del personal que pronostica (pronosticador), podemos observar que su labor consiste en Analizar y Determinar el **Valor Esperado**, en el tiempo actual “t” el valor esperado (pronosticado), el cual podrá tener valores determinísticos (VE), analizados y expresados por el pronosticador según el historial de la variable (Reales positivos).

La intención del pronosticador, es evaluar posteriormente este pronóstico (determinístico), a la ejecución final del mercado en el tiempo “t+1” (Valor Observado) y observar su nivel de Error Relativo Porcentual. En este sentido, el Valor Observado, el cual se obtiene en el tiempo “t+1”, se convierte en una Variable Aleatoria entre los tiempos “t” y “t+1”, que manejará valores entre [0, +inf].

Tabla 5

Nombre de la Variable	Tipo de Variable	Tiempo Ejecución	Dominio
Valor Esperado	Determinística	Actual. Tiempo “t”	VE
Valor Observado	Aleatoria	Futura. Tiempo “t+1”	Los Reales positivos

Luego, tomando en consideración que el Valor Esperado, es Determinado (VE), y el Valor Observado, es una Variable Aleatoria con un Dominio igual a los Reales positivos [0, +inf], es posible inferir que el Error Relativo Porcentual Tipo 2 No tendrá una debida simetría, ya que su dominio será:

$$\text{Dominio [Error Relativo Porcentual Tipo 2]} = \text{Dominio} \left[ \frac{\text{Valor Observado} - \text{Valor Esperado}}{\text{Valor Observado}} \cdot 100\% \right] \quad (23)$$

Donde, el Valor Esperado es un valor determinístico VE, y el Valor Observado es una variable aleatoria cuyo dominio se encuentra entre [0, +inf] (Reales positivos)

$$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \text{Dominio}_{0 < VO < +inf} \left[ \frac{VO - VE}{VO} \cdot 100\% \right], \quad (24)$$

$$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \text{Dominio}_{0 < VO < +inf} \left[ \left( 1 - \frac{VE}{VO} \right) \cdot 100\% \right], \quad (25)$$

$$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \left\{ \lim_{VO \rightarrow 0} \left[ \left( 1 - \frac{VE}{VO} \right) \cdot 100\% \right]; \lim_{VO \rightarrow +\infty} \left[ \left( 1 - \frac{VE}{VO} \right) \cdot 100\% \right] \right\}, \quad (26)$$

$$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \{(1 - \textit{inf}). 100\%; (1 - 0). 100\%\}, \quad (27)$$

$$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \{(-\textit{inf}). 100\%; (1). 100\%\}, \quad (28)$$

$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \{-\textit{inf}; +100\%\}, \quad (29)$
---

El Dominio del ERPT<sub>2</sub> será [ - inf], sí y solo si el Valor de la Variable Aleatoria (Valor Observado) tienda a cero (0); mientras que será [ + 100%] si y solo si el Valor de la Variable Aleatoria (Valor Observado) tienda a [ + infinito ].

En este sentido, a nivel de estabilidad numérica, los errores por defecto, no presentan el mismo nivel de importancia que los errores por exceso (comportamiento asimétrico del cálculo numérico).

Finalmente, por simple inspección vemos que la **Simetría** del Dominio del Error Relativo Porcentual Tipo 2 a nivel de pronósticos se mantiene solamente si el Valor Observado maneje valores entre [VE/2, +inf].

$$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \frac{\text{Dominio}}{2} \left[ \frac{VO - VE}{VO} \cdot 100\% \right], \quad (30)$$

$$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \frac{\text{Dominio}}{2} \left[ \left( 1 - \frac{VE}{VO} \right) \cdot 100\% \right], \quad (31)$$

$$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \left\{ \lim_{VO \rightarrow \frac{VE}{2}} \left[ \left( 1 - \frac{VE}{VO} \right) \cdot 100\% \right]; \lim_{VO \rightarrow +\infty} \left[ \left( 1 - \frac{VE}{VO} \right) \cdot 100\% \right] \right\}, \quad (32)$$

$$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \{(1 - 2). 100\%; (1 - 0). 100\%\}, \quad (33)$$

$$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \{(-1). 100\%; (1). 100\%\}, \quad (34)$$

$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \{-100\%; +100\%\}, \quad (35)$
--

Adicionalmente, podemos evidenciar un comportamiento curioso cuando el Valor Observado presenta ciertos valores que lo relacionan con el Valor Esperado; en este sentido:

Si el Valor Observado  $\geq$  Valor Esperado

Entonces,

$$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \overset{\text{Dominio}}{VE < VO < +inf} \left[ \frac{VO - VE}{VO} \cdot 100\% \right], \tag{36}$$

$$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \overset{\text{Dominio}}{VE < VO < +inf} \left[ \left( 1 - \frac{VE}{VO} \right) \cdot 100\% \right], \tag{37}$$

$$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \left\{ \lim_{VO \rightarrow VE} \left[ \left( 1 - \frac{VE}{VO} \right) \cdot 100\% \right]; \lim_{VO \rightarrow +inf} \left[ \left( 1 - \frac{VE}{VO} \right) \cdot 100\% \right] \right\}, \tag{38}$$

$$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \{(1 - 1) \cdot 100\%; (1 - 0) \cdot 100\%\}, \tag{39}$$

$$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \{(0) \cdot 100\%; (1) \cdot 100\%\}, \tag{40}$$

$$\text{Dominio [ERPT}_2] \in \{0\%; +100\%\}, \tag{41}$$

Delimitación del ERPT<sub>2</sub>, (Ecuación 41), utilizado para establecer una cota superior de comportamiento relativo. Esta ecuación se utilizará como conclusión en la propuesta del Nuevo Error Relativo Porcentual (NERP), el cual corrige esta inestabilidad en la simetría, regresando la equidad y robustez al indicador de error para predicciones.

## Conclusiones

Mediante esta demostración se corrobora que la concepción de Error Relativo varía cuando estamos dentro del mundo concerniente a las variables aleatorias.

El concepto de error es, consustancial con el cálculo numérico. En todos los problemas, es fundamental hacer un seguimiento de los errores cometidos, a fin de poder estimar el grado de aproximación de la solución que se obtiene.

El comportamiento simétrico del Error Relativo Porcentual de Pronóstico depende de la formulación realizada, y de los posibles resultados de la Variables Aleatorio (Valor Observado) en función al elemento determinístico (Valor Esperado). En este sentido, se debe estar atento los diferentes valores que puede manejar el valor real observado, ya que estaremos incurriendo en una



inestabilidad simétrica de los errores y por ende posiblemente una tendencia a sesgar de forma injusta a los pronosticadores.

Este estilo de demostración puede ser extensible a innumerables ecuaciones y leyes, en donde la aleatoriedad juega un rol preponderante en los dominios manejados.

La simetría no siempre existe en los diferentes niveles de cálculo de error manejados en el mundo empresarial. Esta situación ocasiona el uso de “tendencias psicológicas” por parte del usuario, con miras a minimizar esta variable en búsqueda de su mejora personal, originando a su vez problemas mayores y no deseables a cualquier organización.

Este artículo genera una nueva perspectiva de observar los niveles de error, utilizados frecuentemente en el mundo empresarial con mira a “optimizar procesos” y establecer “indicadores efectivos de gestión” o Key Performance Indicators.

**Propuesta final para Nuevo Error Relativo Porcentual (NERP)**

En este sentido, el siguiente artículo presenta una propuesta para medir el Error Relativo en los Pronósticos mediante una función por partes, que maneje ambos tipos de formulaciones, manteniendo la simetría de la variable aleatoria de Error Relativo, según los resultados manejados por el Valor Observado (única Variable Aleatoria manejada en el tiempo t+1).

En este sentido, la propuesta se fundamenta en unja unificación de las Ecuaciones 22 (ERP<sub>1</sub>) y la Ecuación 41 (ERP<sub>2</sub>), escalonada según el comportamiento de la Variable Aleatoria (Valor Observado), en función del valor determinístico establecido en el pronóstico: Valor Esperado, esto bajo la siguiente función constituida para el Nuevo Error Relativo Porcentual (NERP):

Ecuación 42

NE

$$RP = f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \textit{Si Valor Observado} < \textit{Valor Esperado} \Rightarrow \frac{\textit{Valor Observado} - \textit{Valor Esperado}}{\textit{Valor Esperado}} 100\% \\ \textit{Si Valor Observado} > \textit{Valor Esperado} \Rightarrow \frac{\textit{Valor Observado} - \textit{Valor Esperado}}{\textit{Valor Observado}} 100\% \end{array} \right\}$$

Esta función, presentará siempre el Dominio, demostrado en los dos (2) tipos de Error Relativo Porcentual, donde:

$$\text{Dominio[ERP]} = [- 100\%, + 100\%] \quad \text{Ecuación 16}$$

Garantizando la simetría y por ende equidad al momento de calcular indicadores de gestión fundamentados en pronósticos con disparidad de tiempo “t”, “t+1”, independientemente de los valores obtenidos en la Variable Aleatoria (Valor Observado).

## Referencias

- Boada, Antonio. Limitaciones de los Errores Absolutos en los Pronósticos. Memorias Arbitradas, I Congreso Peruano de Investigación de Operaciones y de Sistemas (COPIOS, 2009)
- Chase, R. B., F. R. Jacobs, N. J. Aquilano, Operations Management for Competitive Advantage. Mc Graw Hill Companies (2005).
- Levin, R., Rubin, D., Balderas, M., Del Valle, J., Gómez, R. Estadística para Administración y Economía. Edit. Prentice-Hall Hispanoamericana. (2004)
- Lind, Douglas A., William G. Marchal, Samuel A. Wathen. Estadística Aplicada a los Negocios y a la Economía. Edit Mc. Graw Hill. 12a Edición. (2005).
- Snedecor, George W. Statistical Methods Applied to Experiments. The IOWA State University Press. (1962)
- Webster, Allen. Estadística aplicada a los Negocios y a la Economía. Edit. Mc Graw-Hill. (2000)
- Wilson, J. H., B. Keating, Business Forecasting with Accompanying Excel – Based ForecastX Software. Mc Graw Hill Companies (2007)